

## Osnovne lastnosti harmoničnih funkcij

### Povzetek

Diplomska naloga obravnava *harmonične funkcije*. Na začetku spoznamo nekaj lastnosti harmoničnih funkcij. V nadaljevanju natančneje obravnavamo lastnosti: *o povprečni vrednosti, princip maksimuma in Dirichletov problem*. Zadnje poglavje predstavlja numerično-računalniški pristop reševanja parcialnih diferencialnih enačb.

**Math. Subj. Class. (2010):** 42B37

**Ključne besede:** parcialna diferencialna enačba, Laplaceov operator, harmonična funkcija, linearnost, premik, razteg (skrčitev), ortogonalna transformacija, krogla, povprečna vrednost, princip maksimuma in Dirichletov problem.

**Keywords:** partial differential equation, Laplacian, harmonic function, linearity, translation, dilate, orthogonal transformation, ball, mean value, maximum principle and Dirichlet problem.

# Literatura

- [1] S. Axler, P. Bourdon, W. Ramey, *Harmonic Function Theory (Graduate Texts in Mathematics)*, Springer-Verlag Inc., New York, (1992), str. 1 – 44.
- [2] D. H. Armitage, S. J. Gardiner, *Classical Potential Theory*, Springer-Verlag, London, Great Britain, (2001), str. 1 – 32.
- [3] M. Baker, R. Rumely, *Potential Theory and Dynamics on the Berkovich Projective Line*, American Mathematical Society, United States of America, (2010), str. 145 – 174.
- [4] J. W. Demmel, *Uporabna numerična linearna algebra*, DMFA, Ljubljana, (2000), str. 299 – 303.
- [5] F. J. Flanigan, *COMPLEX VARIABLES Harmonic and Analytic Functions*, Dover Publications Inc., New York, (1972), str. 68 – 101.
- [6] J. Jost, *Partial Differential Equations (Second Edition)*, Springer Science + Business Media, LLC, New York, (2007), str. 1 – 16.
- [7] F. Križanič, *Parcialne diferencialne enačbe (Šesto poglavje)*, str. 305 – 337.
- [8] D. C. Ullrich, *Complex made simple (Graduate Studies in Mathematics, Volume 97)*, American Mathematical Society, United States of America, (2008), str. 167 – 224.
- [9] Wikipedia, *Diferencialne enačbe*,  
[http://sl.wikipedia.org/wiki/Diferencialna\\_enacba](http://sl.wikipedia.org/wiki/Diferencialna_enacba)
- [10] Datoteka PDF na spletu, *Fizikalni pristopi reševanja enačb*,  
<http://www.physics.buffalo.edu/phy516/Files/Topic4/mar4.pdf>

- [11] Spletna učilnica (2008/2009), *Kompleksna analiza*,  
<http://ucilnica0809.fmf.uni-lj.si/mod/resource/view.php?id=8790>
- [12] Datoteka PDF na spletu, *Numerično reševanje enačb*,  
<http://www.asc.tuwien.ac.at/winfried/papers/anumpp1204.pdf>
- [13] Datoteka HTML na spletu, *Projekti za reševanje Dirichletovega problema*,  
<http://www.mathematik.uni-stuttgart.de/ians/nmh/teaching/projects/schmid/>
- [14] Datoteka HTML na spletu, *Različni pristopi za reševanje enačb s SOR metodo*,  
<https://pantherfile.uwm.edu/dxie/www/Papers/>
- [15] Wikipedia, *Skalarni produkt, norma vektorja*,  
[http://sl.wikipedia.org/wiki/Skalarni\\_produkat](http://sl.wikipedia.org/wiki/Skalarni_produkat)
- [16] Datoteka HTML na spletu, *SOR metoda*,  
<http://math.fullerton.edu/mathews/n2003/SORmethodMod.html>
- [17] Datoteka PDF na spletu, *Vektorski prostor s skalarnim produktom*,  
<http://www.fmf.uni-lj.si/kosir/poucevanje/skripta/skalarprodukt.pdf>
- [18] Datoteka PDF na spletu, *Zveza med harmoničnimi in analitičnimi funkcijami*,  
<http://people.math.gatech.edu/cain/winter99/ch7.pdf>