

Povzetek

V prvem poglavju diplomskega dela se seznanimo z integralskimi enačbami in spoznamo njihovo vlogo v matematiki in ostalih vedah. V nadaljevanju se omejimo na poseben tip integralskih enačb - Fredholmove integralske enačbe 2. vrste.

V drugem poglavju obravnavamo Fredholmove integralske enačbe 2. vrste kot poseben primer operatorskih enačb in dokažemo, da je integralni operator, ki nastopa v enačbi, ob ustreznih predpostavkah kompakten. Ukvarjamo se tudi z rešljivostjo integralske enačbe; navedemo ter dokažemo izrek, znan pod imenom Fredholmova alternativa. Ob koncu drugega poglavja spoznamo še postopek reševanja integralske enačbe z izrojenim jedrom.

V ostalih treh poglavjih, ki tvorijo jedro diplomskega dela, spoznamo različne metode reševanja integralske enačbe in njihovo medsebojno povezavo. Pri utemeljevanju nekaterih metod nam služi prav dejstvo, da je enačbi pripadajoč integralni operator kompakten.

Prva metoda, ki jo obravnavamo, temelji na aproksimaciji jedra integralske enačbe z izrojenim jedrom. S tem se ukvarjamo v tretjem poglavju.

V četrtem poglavju spoznamo Galerkinovo in kolokacijsko metodo, ki spadata v skupino projekcijskih metod, pri katerih iščemo približno rešitev v nekem končno dimenzionalnem podprostoru.

V zadnjem, petem poglavju, predstavimo še Nyströmovo metodo; za njeno izpeljavo uporabimo numerično integracijo.

Math. Subj. Class. (2000): 65R20, 45L05

Ključne besede: integralska enačba, Fredholmova integralska enačba 2. vrste, Fredholmova alternativa, izrojeno jedro, projekcijske metode, Nyströмова metoda.

Abstract

In the first chapter of this work integral equations and their important role in mathematics and other sciences are introduced. Further on, a special kind of integral equations, called Fredholm integral equations of the second kind, are studied.

In the second chapter we discuss the Fredholm integral equation of the second kind as an operator equation. Under certain assumptions we prove compactness of the integral operator which belongs to the integral equation. We also state and prove one of the most important theorems in Fredholm theory, the Fredholm alternative theorem. At the end of the second chapter we are dealing with degenerate kernel integral equations. A simple method for solving such equations is presented here.

In the remaining chapters several methods for solving integral equations are presented together with their mutual connections.

The first method we study is based on degenerate kernel approximations. This is introduced in the third chapter.

In the fourth chapter the Galerkin method and the collocation method are presented. They both belong to a group of methods, called the projection methods. Here we seek a solution of the integral equation in a finite dimensional subspace.

Finally, the fifth chapter is dealing with the Nyström method. We use numerical integration to carry out the method.

Keywords: integral equation, Fredholm integral equation of the second kind, Fredholm alternative theorem, degenerate kernel, projection methods, Nyström method.

Literatura

- [1] K.E. Atkinson: *The Numerical Solution of Integral Equations of the Second Kind*, Cambridge University Press, Cambridge, 1997.
- [2] P. Linz, R. Wang: *Exploring Numerical Methods, An Introduction to Scientific Computing Using Matlab*, Jones and Bartlett Publishers, Boston, 2003.
- [3] A. Suhadolc: *Integralske transformacije, Integralske enačbe* (2. natis), DMFA, Ljubljana, 1994.
- [4] G. Tomšič: *Izbrana poglavja iz matematike - Integralske enačbe*, Fakulteta za elektrotehniko, Ljubljana, 1998.