

Povzetek

V delu dokažemo Carathéodoryjev izrek o predstavitvi točke kompaktne konveksne podmnožice \mathcal{K} v n -dimenzionalnem vektorskem prostoru s konveksno kombinacijo kvečjemu $n + 1$ ekstremnih točk množice \mathcal{K} . Njegova posplošitev na neskončnorazsežen separabilen Hilbertov prostor — Choquetov izrek — zagotavlja, da vsaki točki množice \mathcal{K} pripada reprezentirajoča verjetnostna mera μ z nosilko $\text{ext}\mathcal{K}$.

Za kompakten Hausdorffov prostor X poiščemo ekstremne točke množice linearnih pozitivnih funkcionalov na $\mathcal{C}(X)$. Dokažemo, da so med invariantnimi verjetnostnimi merami ekstremne tiste, ki so ergodijske. Ekstremne dvojno stohastične matrike pa so permutacijske matrike.

Vsaki verjetnostni meri na \mathcal{K} pripada natanko ena taka točka $x_\mu \in \mathcal{K}$, da je

$$f(x_\mu) = \int_{\mathcal{K}} f d\mu \quad \text{za vsak } f \in \mathcal{A}(\mathcal{K}).$$

V primeru, ko je \mathcal{K} simpleks, pa tudi vsaki točki $x \in \mathcal{K}$ pripada natanko ena verjetnostna mera z zgornjo lastnostjo, njena nosilka pa je množica ekstremnih točk v \mathcal{K} $\text{ext}\mathcal{K}$.

Math. Subj. Class. (1985): 46 A 55, 52 A 07, 52 A 20.

KEY WORDS: compact convex set, Choquet theory, integral representation, simplex, extreme point

8 Viri

- [1] Eric M. Alfsen, *Compact Convex Sets and Boundary Integrals*, Ergebnisse der Math. (Band 57), Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1971.
- [2] R. G. Bartle (editor), *Studies in functional analysis*, Studies in mathematics, 21, The Mathematical Association of America, 1980, str. 115-157, naslov Robert R. Phelps, *Integral representation for elements of convex sets*.
- [3] D. G. Kendall, *Simplexes and vector lattices*, J. London Math. Soc., 37 (1962), 365-371.
- [4] L. Mirsky, *Results and problems in the theory of doubly-stochastic matrices*, Z. Wahrscheinlichkeitstheorie und Verw. Gebiete, 1 (1963), 319-334.
- [5] Robert R. Phelps, *Lectures on Choquet's Theorem*, D. Van Nostrand, Princeton, New Jersey, 1966.
- [6] Niko Prijatelj, *Matematične strukture III*, DZS, Ljubljana, 1985.
- [7] Walter Rudin, *Real and complex analysis*, Mc Graw-Hill, New York, 1970.
- [8] Anton Suhadolc, *Linearni topološki prostori*, 1.del, DMFA SRS, Ljubljana, 1979.
- [9] Anton Suhadolc, *Linearni topološki prostori*, 2.del, DMFA SRS, Ljubljana, 1987.