

Povzetek

Naj bosta A in B normalni matriki dimenzije $n \times n$ z lastnimi vrednostmi $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ in $\beta_1, \dots, \beta_n$, kjer lastne vrednosti upoštevamo z njihovo kratnostjo. V tem delu se ukvarjamo z ocenami tipa

$$\min_{\sigma \in S_n} \max_i |\alpha_i - \beta_{\sigma(i)}| \leq c(n) \|A - B\|, \quad (1)$$

kjer $\|A\|$ pomeni običajno operatorsko normo matrik. Naš namen je poiskati najbolj ugodno vrednost konstante $c(n)$, ki je v splošnem odvisna od vrste matrik, ki jih obravnavamo, in njihove dimenzije.

V prvem razdelku navajamo nekaj rezultatov, ki jih potrebujemo v nadaljevanju. V drugem razdelku uvedemo pojem dolžine normalne poti, ki nam omogoča dokazati, da je v primeru hermitskih matrik, kompleksnih mnogokratnikov unitarnih matrik in v še nekaj drugih primerih vrednost $c(n)$ v neenakosti (1) enaka 1, ki je tudi najnižja možna.

V tretjem razdelku dokažemo Hoffman-Wielandtov izrek. Posledica tega izreka je, da velja neenakost (1) za poljubni normalni matriki, pri čemer je vrednost konstante $c(n)$ enaka $\sqrt{n}$.

V četrtem razdelku dokažemo, da lahko v splošnem primeru normalnih matrik zamenjamo $\sqrt{n}$ v (1) z univerzalno konstanto c , za katero velja $c \leq c_2$, kjer je c_2 konstanta, na katero naletimo pri reševanju problema minimalne ekstrapolacije Fourierove transformacije v ravnini.

Zadnji razdelek je namenjen oceni konstante c_2 . Najpomembnejši rezultat je ocena

$$c_2 \leq \frac{\pi}{2} \text{Si}(\pi) < 2,90901.$$

Math. Subj. Class. (1985) : **15A42, 15A60**

Key words : eigenvalues, normal matrices, optimal matching distance, inequalities involving eigenvalues

Literatura

- [1] R. BHATIA
Perturbation bounds for matrix eigenvalues
Pitman research notes in mathematics, Longman Group UK Limited, 1987
- [2] R. BHATIA, C. DAVIS in A. McINTOSH
Perturbation of Spectral Subspaces and Solution of Linear Operator Equations
Linear Algebra Appl. **52-53** (1983), str. 45-67
- [3] R. BHATIA, C. DAVIS in P. KOOSIS
An Extremal Problem in Fourier Analysis with Applications to Operator Theory
Journal of Functional Analysis **82** (1989), str. 138-150
- [4] D. A. HERRERO
Approximation of Hilbert space operators,
Volume 1, Second edition
Pitman research notes in mathematics, Longman Group UK Limited, 1989
- [5] W. RUDIN
Real and complex Analysis
McGraw-Hill, New York 1987
- [6] S. KUREPA
Funkcionalna analiza (elementi teorije operatora)
Školska knjiga, Zagreb 1981
- [7] S. BOCHNER
Lectures on Fourier integrals
Princeton University Press, Princeton, N.J. 1959