Povzetek vsebine

V prvem poglavju se seznanimo s Kneserjevim izrekom, ki pravi, da za vsako razdelitev družine podmnožic z n elementi neke množice z 2n+k elementi na k+1 skupin ena od teh skupin vsebuje dve disjunktni podmnožici z n elementi. Formulacijo Kneserjevega izrek prevedemo v teorijo grafov in nakažemo, kakšno zvezo ima kromatično število Kneserjevega grafa z Borsukovim izrekom. Nato s slednjim izrekom in uporabo simplicialnih kompleksov dokažemo Kneserjev izrek. Temu sledi še en kratek dokaz Kneserjevega izreka, ki uporablja poleg Borsukovega izreka še Galeov izrek. Le-ta govori o enakomerni porazdelitvi 2n+k točk na k-dimenzionalni sferi S^k in ga dokažemo na koncu tega poglavja.

V drugem poglavju si izberemo za obravnavanje Kneserjevega izreka kategorialni pristop. Problem ugotavljanja kromatičnih števil grafov s funktorjem prenesemo v kategorijo topoloških prostorov z involucijami in homotopskimi razredi ekvivariantnih preslikav. Tam pa ga s školjkanjem in homološko verzijo Borsukovega izreka dokažemo.

V tretjem poglavju so prikazani trije dokazi Borsukovega izreka. Prvi, homološki dokaz je lep zgled za uporabo homologije, drugi uporablja homotopijo in je geometrično dokaj nazoren. Tretji dokaz pa se opre na Tuckerjevo lemo, ki je pravzaprav enostaven izrek iz teorije grafov. Torej lahko Borsukov izrek dokažemo tudi brez uporabe topologije. Slednje nam daje z drugim dokazom Kneserjevega izreka v prvem poglavju upanje, da je mogoče najti elementaren dokaz Kneserjevega izreka.

V zadnjem poglavju pa se seznanimo z nekaterimi možnostmi posplošitve Borsukovega izreka, ki nas spodbudijo, da posplošimo tudi Kneserjev izrek.

MOS(1986) 05C15, 06C15, 55M20

LITERATURA

1. L. Lovász, Kneser's conjecture, chromatic number, and homotopy, *J. Combin. Theory*, Ser. A 25, (1978), 319-324.

2. I. Bárány, A short proof of Kneser's conjecture, *J. Combin. Theory* Ser. A 25, (1978), 325-326.

3. D. Gale, Neighboring vertices on a convex polyhedron, in "Linear Inequalities and Related Systems", (H. W. Khun and A. W. Tucker, Eds.), Princeton Univ. Press, Princeton, N. J., (1956), 255-263.

4. A. Björner, Combinatorics and Topology, *Notice of the American Math. Society*, Volume 32, Number 3, June 1985, 339-345.

5. J. W. Walker, From graphs to ortholattices and equivariant maps, *J. Combin. Theory* Ser. B 35 (1983), 171-192.

6. S. Eilenberg and N. Steenrod, "Foundations of algebraic topology", Princeton, Univ. Press, Princeton, N. J., 1952, Sect. II-8.

7. A. Björner, Shellable and Choen-Macaulary partially ordered sets, *Trans. Amer. Math. Soc.* 260 (1980), 159-183.

8. J. W. Walker, A homology version of the Borsuk-Ulam theorem, *Amer. Math. Monthly* 90 (1983), 466-468.

9. K. Borsuk, Drei Sätze über die n-dimenzionale euklidische Sphäre, *Found. Math.* 20 (1933), 177–190.

10. J. Dugundji, "Topology", Allyn and Bacon (1966).

11. R. Freund and M. Todd, A constructive proof of Tucker's combinatorial lemma, *J. Combin. Theory*, Ser A 30 (1981), 321-325.

12. C. A. Bagatyj, Topologičeskie metody kombinatornyh zadačah, *Uspehi mat. nauk* 41 (1986), No 6 (252), 37–48.