

POVZETEK

Med mnogimi metodami za iskanje lastnih vrednosti dane matrike, obstaja tudi Lanczos-ova metoda, ki je posebej primerna v primeru, ko je dana matrika velika, redka in simetrična matrika. Lanczos-ova metoda temelji na tridiagonalizaciji dane matrike in dobra stran te metode je, da ni potrebno izračunavanje vmesnih podmatrik, kot v Householder-jevi metodi. Še več, če želimo samo informacijo o ekstremnih lastnih vrednostih, dobimo rezultat ponavadi že prej, predno je tridiagonalizacija dane matrike končana. Nekaj časa je bila Lanczos-ova metoda zanimiva zgolj s teoretičnega vidika, ker pa so v zadnjem času računalniške zmogljivosti zelo hitro napredovale, je postala zanimiva tudi v praksi pri iskanju lastnih vrednosti realnih, simetričnih matrik. Delo je razdeljeno na tri poglavja.

Prvo poglavje *Izpeljava in konvergenca Lanczos-ove metode* vsebuje izpeljavo Lanczos-ove metode in sicer s prevedbo problema iskanja lastnih vektorjev na problem iskanja ortonormirane baze podprostor Krylova. Predstavljene so tudi lastnosti računanja in osnovni vidiki Kaniel-Paige-ove teorije, ki pojasnjuje konvergenčne lastnosti Lanczos-ove procedure.

Drugo poglavje *Lanczos-ova metoda v praksi* obravnava pojavljanje napak in odstopanj v Lanczos-ovi metodi zaradi zaokrožitvenih napak ter zaradi izgube ortogonalnosti med Lanczos-ovimi vektorji. Za odpravljanje teh težav sta vključena v to poglavje Lanczos-ov algoritem s popolno reortogonalizacijo in Lanczos-ov algoritem s selektivno ortogonalizacijo. Opisan je tudi problem pojava nepravilnih lastnih vrednosti ter bločni inačici Lanczos-ovega algoritma.

V tretjem poglavju *Uporaba in razširitve Lanczos-ove metode* pa je opisano, kako na različne načine uporabimo Lanczos-ovo proceduro za reševanje simetričnih pozitivno definitnih sistemov, za reševanje nedoločenih simetričnih sistemov in za reševanje problema najmanjših kvadratov. Kot razširitev Lanczos-ove metode na nesimetrične matrike pa sta opisana dva primera : Arnoldijeva zamisel in Lanczos-ova tridiagonalizacija za nesimetrične matrike. Poleg izpeljav algoritmov in analiz napak je vključenih tudi nekaj numeričnih primerov, iz katerih je razviden potek posamezne procedure.

Math. Subj. Class. (1991) : 65F15 , 65F05 , 65F20

Ključne besede : Lanczosova metoda, lastne vrednosti, sistem linearnih enačb, podprostor Krylova, Arnoldijev algoritem

Keywords : Lanczos' method, eigenvalues, systems of linear equations, Krylov subspaces, Arnoldi's algorithm

LITERATURA

- [1] W.Kahan and B.N.Parlett (1974):“ An Analysis of Lanczos Algorithms for Symmetric Matrices ,” ERL - M467 , University of California, Berkeley.
- [2] B.N.Parlett and D.S.Scott (1979) :“ The Lanczos Algorithm with Selective Orthogonalization ,” *Math. Comp.* 33 , 217-38.
- [3] R. Underwood (1975) : “ An Iterative Block Lanczos Method for the Solution of Large Sparse Symmetric Eigenproblems ,” Report STAN-CS-75-495 , Department of Computer Science, Stanford University, Stanford, California.
- [4] J.Cullum and W.E. Donath (1974) : “A Block Lanczos Algorithm for Computing the q Algebraically Largest Eigenvalues and a Corresponding Eigenspace of Large Sparse Real Symmetric Matrices ,” *Proc. of the 1974 IEEE Conf. on Decision and Control*, Phoenix, Arizona, pp. 505-9.
- [5] C.C. Paige and M.A. Saunders (1975) : “ A Bidiagonalization Algorithm for Sparse Linear Equations and Least Squares Problems ,” Report SOL 78-19, Department of Operations Research, Stanford, California.
- [6] W.E. Arnoldi (1951) :“ The Principle of Minimized Iterations in the Solution of the Matrix Eigenvalue Problem ,” *Quart. Appl. Math.* 9, 17-29.
- [7] G.H. Golub , C.F. Van Loan : *Matrix Computations*, 2-nd ed., The Johns Hopkins University Press, Baltimore 1989.