Povzetek

Verižni ulomek je izraz oblike

$$b_0 + \cfrac{a_1}{b_1 + \cfrac{a_2}{b_2 + \ddots}},$$

kjer zaporedji a_k in b_k, $k = 0, 1, 2, \ldots$ sestavljajo naravna števila. Pogosto za člene teh zaporedij uporabimo kompleksna števila, Gausova cela števila, polinome ali kakšne druge družine funkcij. V vsakem od teh primerov dobimo različne tipe verižnih ulomkov, ki jim pravimo posplošitve. Z nekaterimi izmed teh posplošitev se bomo ukvarjali v tem diplomskem delu.
V prvem poglavju si bomo pogledali algoritme iz katerih so se verižni ulomki razvili. Med vsemi je najbolj znan Evklidov algoritem za iskanje največjega delitelja dveh celih števil, drugi zgodovinsko zelo pomembni pa so iskanje najboljših približkov za kvadratne korene števil, reševanje nedoločenih enačb in racionalnih približkov funkcijam definiranim z razvojem v vrsto.
Drugo poglavje obravnava splošne verižne ulomke in njihove glavne lastnosti. Zaključimo ga s podpoglavjem o konvergenci, katerega najbolj pomemben del je Śleszyński-Pringsheimov izrek.
V tretjem poglavju definiramo razred funkcij F s pomočjo katerih lahko navadne verižne ulomke zapišemo v obliki

$$f(a_1 + f(a_2 + f(a_3 + \cdots .$$

Podamo tudi algoritem za dosego izraza zgornje oblike in dokažemo temeljne lastnosti konvergence.
V začetku četrtega poglavja spoznamo Padéjevo aproksimacijo in njene značilnosti na konkretnem primeru funkcije tangens, zaključimo pa ga z navedbo zanimivejših splošnih dejstev o Padéjevih tabelah in konvergenci Padéjevih aproksimantov.
Zadnje poglavje namenimo Hurwitzovemu algoritmu za kompleksne verižne ulomke, ki s pomočjo Gaussovih celih števil generira racionalne aproksimacije kompleksnim številom. V njem analiziramo značilnosti zaporedja a_k, $k = 0, 1, 2, \ldots$, ki tvori verižni ulomek nekega kompleksnega števila in navedemo osnovne lastnosti o kvaliteti aproksimacij.

Math. Subj. Class. 2010: 11J70
Ključne besede: Teorija števil, Verižni ulomki, Posplošitve, Konvergenca, Padéjevi aproksimanti, Hurwitzov kompleksni verižni ulomek.
Keywords: Number theory, Continued fractions, Generalizations, Convergence, Padé approximants, The Hurwitz complex continued fraction.

Literatura

[1] O. Perron: *Die Lehre von den Kettenbrüchen*, B. G. Teubner, Leipzig in Berlin, 1913.

[2] L. Lorentzen, H. Waadeland: *Continued fractions with applications*, North-Holland, Amsterdam, 1992.

[3] C. Brezinski: *History of continued fractions and Padé approximants*, Springer, cop., Berlin, 1991.

[4] K. Ball: *Strange Curves, Counting Rabbits and Other Mathematical Explorations,*, Princeton University Press, 2003.

[5] S. Posavec: *Hurwitzovi verižni ulomki.* Diplomsko delo. Fakulteta za matematiko in fiziko, Ljubljana, 1987.

[6] B. H. Bissinger: *A generalization of continued fractions*, 1943. `http://www.ams.org/journals/bull/1944-50-12/S0002-9904-1944-08254-2/S0002-9904-1944-08254-2.pdf`.

[7] D. Hensley: *The Hurwitz complex continued fraction*, 2006. `http://www.math.tamu.edu/~dhensley/SanAntonioShort.pdf`.

[8] A. Hurwitz: *Über die Entwicklung Complexer Grössen in Kettenbrüche*, Acta Math. 11, 1888.

[9] E. W. Weisstein: *Continued Fraction*, MathWorld–A Wolfram Web Resource. `http://mathworld.wolfram.com/ContinuedFraction.html`.